



# 数学の課題研究

富山県立砺波高等学校

教諭 片山 喜美

# 富山県立砺波高等学校

- ◆ 富山県南西部の  
砺波市に立地
- ◆ 教育目標は  
「道義為之根」  
「質実剛健」  
「自彊不息」  
「進取而敢為」



# 富山県立砺波高等学校

- ◆ 多くの生徒が国公立大学進学を希望
- ◆ 部活動と勉学の両立に努力



自彊館(図書館、  
学習室、会議室等)

# 富山県立砺波高等学校

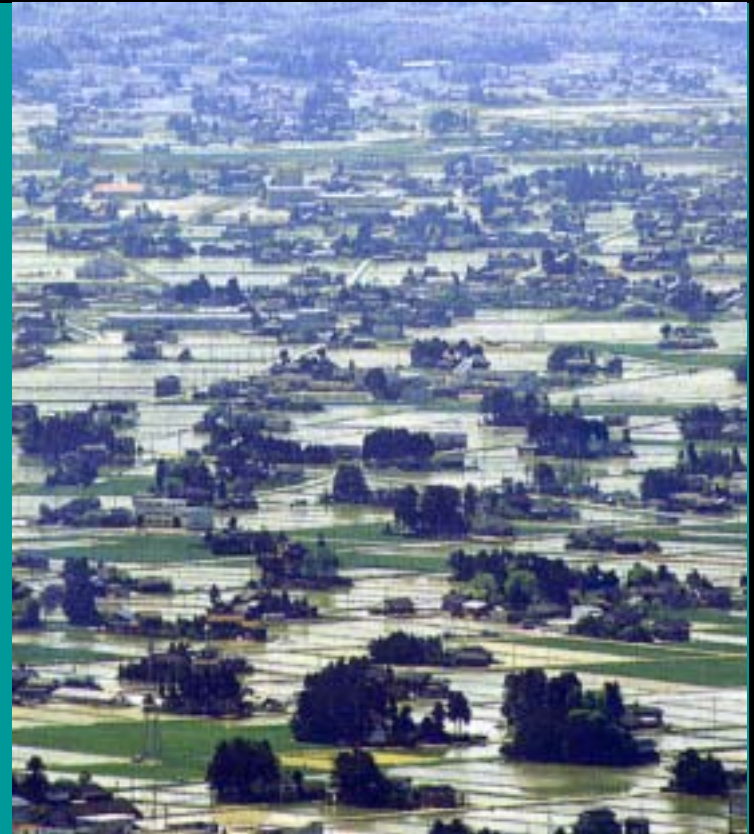
- ◆ ラグビー部は花園へ11回出場  
(ただし練習は毎日90分)



2001/10/3

# 砺波市

散居村、屋敷林  
人口 約4万



夢の平のコスモスウォッチング

# 砺波市

## ◆ バルーン フェスティバル

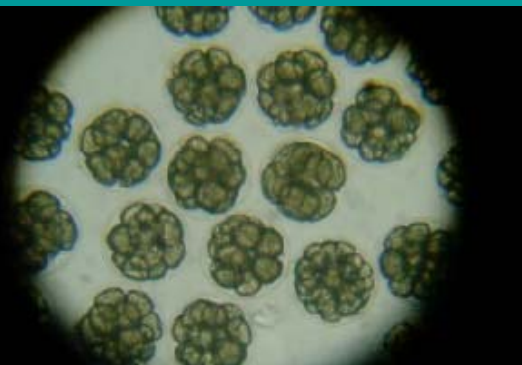


## ◆ チューリップ公園



# 理数科の教育活動

- ◆ 臨海実習
- ◆ センター実習
- ◆ 課題研究



# 課題研究のスケジュール

- ◆ 第2学年9月に班分け、テーマ決定  
物理、化学、生物、数学 各2班
- ◆ 毎週水曜6・7限に実施
- ◆ 1月末に発表会  
第1日 校内発表  
第2日 校外発表  
(近隣の中学校の先生を招待)





# 数学の課題研究

- ◆ 昭和63年から
- ◆ 第2学年数学担当教員2名が指導
- ◆ 研究題目は数学の話題から生徒と話し合って決定するが、教員の主導となることも多い。
- ◆ 最近はコンピュータ関係の研究テーマも  
…生徒の希望、見て楽しい発表にするための要請も。

# 報告書を何で書くか？

## ◆ MS-Word

- ・身近にある。
- ・数式エディタが利用できる。
- ・Excelのシート、グラフ、写真を張り込める。
- ・PowerPointとの連携でプレゼン。

## ◆ TeX

- ・きれいな数式を出力できる。
- ・WinTpic、emathなどの利用で多彩な表現。

# 研究の方針

- ◆ 数学の課題研究では講究型になりやすい。  
題材を見つけること自体容易ではない
- ◆ 帰納的な研究を心がける。  
「特殊から一般へ」  
なるべく多くの具体例を調べ、計算し、  
何かを考えるように。

# 担当教員の学習

- ◆ 研究研究題材を日頃から探す努力。  
専門知識の補充。
- ◆ 研究を指導するため、学生時代に学んだことを復習することや、新たな分野に挑戦してみることに。
- ◆ 研究で生じた疑問を生徒と共に解決する事。

# nの連分数展開の公式

- ◆ 単純な方法でプログラムすると連分数展開の計算がすぐオーバーフローする。
- ◆ 数学的に数式の変形を工夫することにより、問題を解決。
- ◆ 数式の形から、 $n$ が循環連分数に展開されることも証明できた。



# nの連分数展開の数表から読みとれること その1

◆  $\sqrt{n} = [m]$  とすると

$$\sqrt{n} = \left[ m, \overset{\cdot}{q}_1, \dots, q_{k-1}, \overset{\cdot}{2m} \right]$$

すなわち連分数展開は第2項から始まり、最終項は $2m$ である。

# $n$ の連分数展開の数表から読みとれること その2

- ◆  $\sqrt{n}$  の連分数展開の循環節の長さが1  $n = m^2 + 1$

$$\sqrt{m^2 + 1} = \left[ m, \overset{\cdot}{2m} \right]$$

# $n$ の連分数展開の数表から読みとれること その3

◆  $\sqrt{m^2 - 1} = [m - 1, \overset{\cdot}{1}, 2\overset{\cdot}{m} - 2]$

ただし、 $n = m^2 - 1$  は循環節の長さが2であることの必要十分条件ではない。

# ユークリッドの互除法が終了するまでの計算回数について

- ◆ 互除法が終了するまでの計算回数の最大値は、フィボナッチ数列を用いて評価することができる。
- ◆ 計算回数の最小値については、徐々に増加していくのであるが、その評価についてはうまく説明できていない。

# ある種のピタゴラス数と2次形式

- ◆ 平成9年度の課題研究で生徒がある発見をした。

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad |x - y| = 1$$

を満たすピタゴラス数は大変珍しい。

それらの数がどんな規則で現れるのかを言い当てるのは難しいと予想した。



# ある種のピタゴラス数と2次形式

$$x^2 + y^2 = z^2 \quad |x - y| = 1$$

を満たすピタゴラス数

その組を  $\{x_n, y_n, z_n\}$  とし、 $x_n$  の方を奇数  
とすると

$$a_1 = 1, a_2 = 3 \quad a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$$

$$x_n = a_n a_{n+1}$$

# ある種のピタゴラス数と2次形式

- ◆ 生徒の発見した漸化式はなかなか解明できず。
- ◆ 名古屋大学の北岡先生のアドバイス …… 2次形式を用いて解決
- ◆ 算数オリンピックの問題も2次形式で
- ◆ さらに一般化が課題

# 正多角形の作図についての基礎知識

- ◆ 作図可能条件の確認、方程式の代数的解法との関係
- ◆ 正17角形のガウスの作図法がなぜうまくいくか

ガウスのf項周期のアイディア

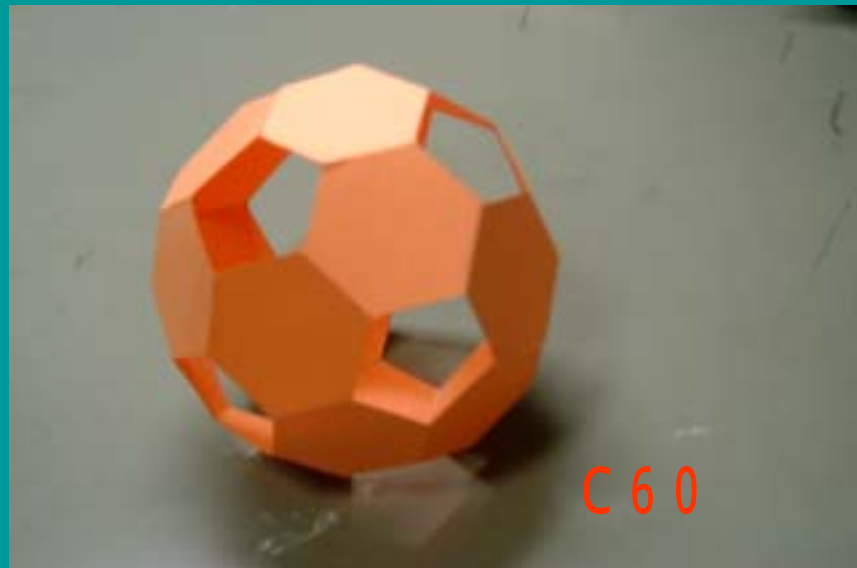
# C60 フラーレンから C24 へ

## ◆ 名古屋大学の数学コンクールの問題から

「サッカーボールの形状をした炭素分子フルラーレンから類推して、C24 ならどんな形か？」

# C60 フラーレンから C24 へ

- ◆ サッカーボールは正20面体の各頂点のところから、それぞれ5角形を切り取ってできる。



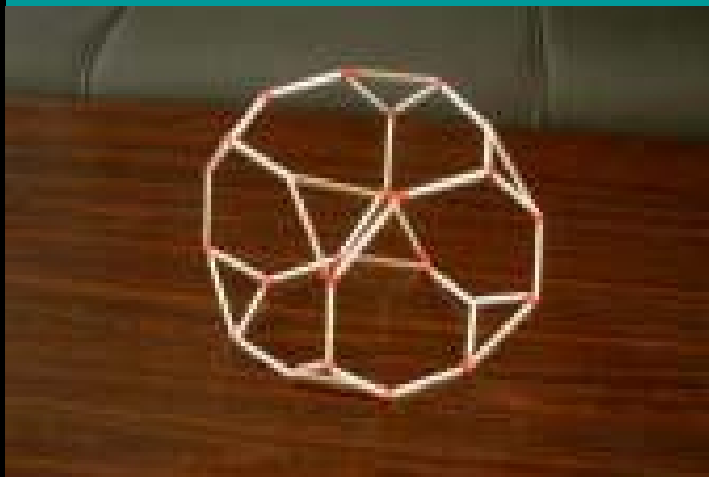


# C60 フラーレンから C24 へ

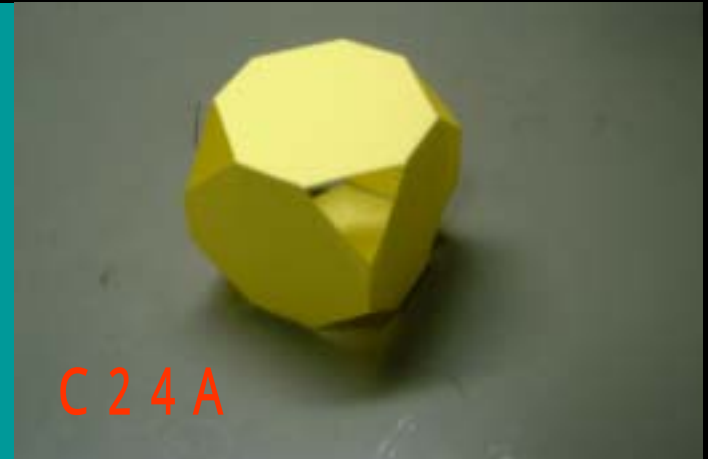
- ◆ 正4, 6, 8, 12面体も各頂点から正多角形を切り取ってみる
- ◆ C12, C24, C24, C60ができる
- ◆ 授業で生徒にも自由課題に

# C60 フラーレンから C24 へ

## ◆ ある生徒が模型を作成



# C60 フラーレンから C24へ



# C60 フラーレンから C24 へ



2001/10/3

# 終わりに

- ◆ 課題研究を大切に  
生徒の能力の開発  
理科離れをくい止める方策は？
- ◆ 多忙・・・しかし、自分も学習する努力を  
日常の仕事も結構大変  
少子化により学校規模の縮小  
仕事の増加  
ネットワーク管理、IT講習など時代  
の変化に伴う仕事の追加  
時間を見つけ、専門書を読む・開放講座に参加な  
どの努力。